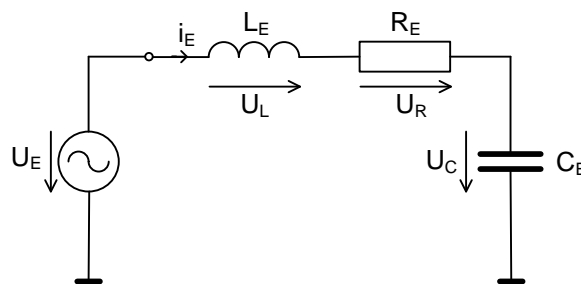


Elektrický a mechanický sériový rezonančný obvod

Elektrický sériový rezonančný obvod

Ak uvažujeme obvod, tvorený pasívnym dvojpólom RLC a zdrojom napätia, alebo prúdu, pri určitých hodnotách ω , L a C sa dvojpól chová ako obyčajný odpor, t.j. napätie na jeho svorkách je vo fáze s prúdom a zdroj dodáva do dvojpólu iba činný výkon. Tento pracovný režim dvojpólu nazývame rezonanciou a obvod, v ktorom k rezonancii dochádza, rezonančným obvodom. Rezonanciu obvodu dosahujeme nastavovaním (ladením) jedného z prvkov L a C , alebo frekvencie zdroja.



Obr. 1 Sériový rezonančný obvod

Jednoduchý sériový rezonančný obvod je pasívny dvojpól, tvorený sériovým zapojením odporu R a reaktančných prvkov L a C (obr. 1). Jeho komplexná impedancia je:

$$\mathbf{Z} = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) \quad (1)$$

Pri rezonancii je

$$\text{Im}[\mathbf{Z}] = \omega_r L - \frac{1}{\omega_r C} = 0 \quad (2)$$

a impedancia dvojpólu je:

$$\mathbf{Z} = R$$

Túto podmienku možno dosiahnuť buď vyladením veľkosti jedného z reaktančných prvkov, alebo nastavením frekvencie zdroja. V oboch prípadoch však rezonancia nastane pri **rezonančnej frekvencii**, ktorú dostaneme z podmienky (2) (tzv. Thomsonov vzťah):

$$\omega_r = \frac{1}{\sqrt{LC}} \text{ [rad/sec]} \quad \text{resp.} \quad f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \text{ [Hz]} \quad (3)$$

Vlastnosti rezonančného obvodu sú detailnejšie charakterizované amplitúdovými frekvenčnými charakteristikami napätí a prúdov v obvode (tzv. rezonančné krivky obvodu).

Ak predpokladáme na vstupe obvodu striedavý zdroj konštantného napätia U_0 , obvodom preteká prúd

$$\mathbf{I} = \frac{U_0}{\mathbf{Z}} = \frac{U_0}{R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C}} = I(\omega) \cdot e^{j\varphi(\omega)} \quad (4)$$

kde

$$I(\omega) = \frac{U_0}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \quad (5)$$

$$\varphi(\omega) = \operatorname{arctg} \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$

sú amplitúdová a fázová charakteristika prúdu v sériovom rezonančnom obvode (obr.2), ktoré môžeme vyjadriť tiež v tvare:

$$I(\omega) = \frac{U_0}{R} \frac{\left(\frac{\Omega}{Q_E}\right)}{\sqrt{\left(\frac{\Omega}{Q_E}\right)^2 + (\Omega^2 - 1)^2}} = I_0 \frac{\left(\frac{\Omega}{Q_E}\right)}{\sqrt{\left(\frac{\Omega}{Q_E}\right)^2 + (\Omega^2 - 1)^2}} \quad (6)$$

$$\varphi(\omega) = \operatorname{arctg} \frac{(\Omega^2 - 1)}{\left(\frac{\Omega}{Q_E}\right)}$$

kde $\Omega = \frac{\omega}{\omega_r}$ je normovaná frekvencia a Q_E je činiteľ akosti rezonančného obvodu.

Činiteľ akosti (kvality) možno u sériového rezonančného obvodu vyjadriť ako pomer rezonančného napätia na cievke (resp. na kondenzátore) k rezonančnému napätiu dvojpoľu:

$$Q_E = \frac{U_L(\omega_r)}{U_r} = \frac{\omega_r L}{R} = \frac{U_C(\omega_r)}{U_r} = \frac{1}{\omega_r RC} \quad (7)$$

Vzťah (7) možno upraviť do tvaru:

$$Q_E = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{\rho}{R} \quad (8)$$

kde

$$\rho = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (9)$$

je tzv. **charakteristický odpor** rezonančného obvodu.

Napätie na prvkoch rezonančného obvodu:

$$U_R(\omega) = R \cdot I(\omega) = U_0 \frac{\left(\frac{\Omega}{Q_E}\right)}{\sqrt{\left(\frac{\Omega}{Q_E}\right)^2 + (\Omega^2 - 1)^2}} \quad (10a)$$

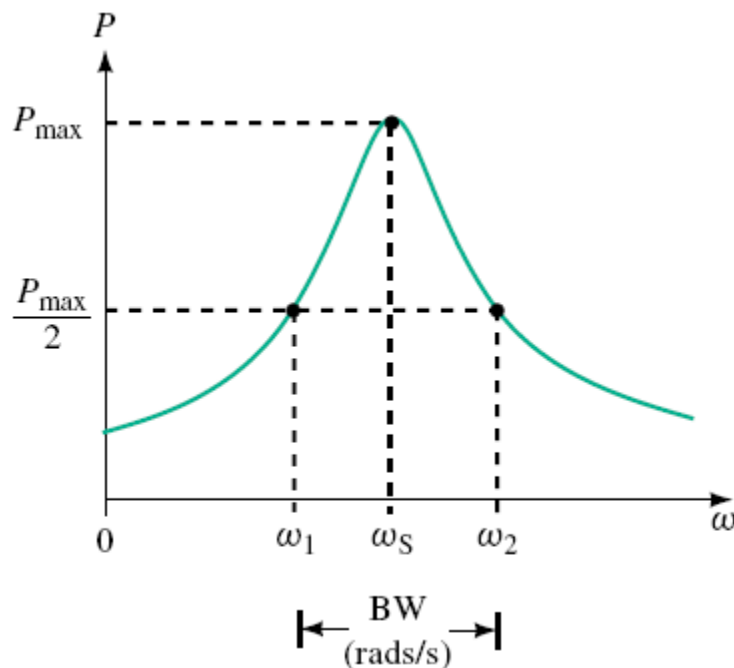
$$U_L(\omega) = \omega L \cdot I(\omega) = U_0 \frac{\Omega^2}{\sqrt{\left(\frac{\Omega}{Q_E}\right)^2 + (\Omega^2 - 1)^2}} \quad (10b)$$

$$U_C(\omega) = \frac{1}{\omega C} I(\omega) = U_0 \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\Omega}{Q_E}\right)^2 + (\Omega^2 - 1)^2}} \quad (10c)$$

Výkon spotrebovaný sériovým rezonančným obvodom je:

$$P = [I(\omega)]^2 \cdot R = \left[\frac{U_0}{R} \frac{\left(\frac{\Omega}{Q_E}\right)}{\sqrt{\left(\frac{\Omega}{Q_E}\right)^2 + (\Omega^2 - 1)^2}} \right]^2 \cdot R = \frac{U_0^2}{R} \frac{\left(\frac{\Omega}{Q_E}\right)^2}{\left(\frac{\Omega}{Q_E}\right)^2 + (\Omega^2 - 1)^2}$$

Výkonová frekvenčná charakteristika rezonančného obvodu je tzv. krivka selektivity (viď Obr.).



Obr. 2 Krivka selektivity rezonančného obvodu

Definujeme šírku pásma rezonančného (bandwidth, BW) obvodu ako rozdiel medzi frekvenciami, pri ktorých je na rezonančnom obvode polovičný výkon. Platí:

$$BW = \omega_2 - \omega_1 = \frac{\omega_r}{Q_E} \quad [\text{rad/sek}]$$

$$BW = f_2 - f_1 = \frac{f_r}{Q_E} \quad [\text{Hz}]$$

Úloha

Analyzujte vlastnosti elektrického sériového rezonančného obvodu pomocou programu AkAbak. Postupujte nasledovne:

1. Nakreslite schému sériového rezonančného obvodu a očísľujte uzly obvodu
2. Zvoľte hodnoty prvkov tak, aby ste dosiahli definovanú rezonančnú frekvenciu $f_r = 100 \text{ Hz}$ a kvalitu rezonančného obvodu $Q_E = 1/\sqrt{2}$
3. Napíšte skript s hlavičkou podľa obr. 3
4. Vykonajte simuláciu obvodu a analyzujte napätia na jednotlivých prvkoch a prúd v obvode. Zamerajte sa na preskúmanie:
 - vplyvu jednotlivých prvkov (R,L,C) na veľkosť rezonančnej frekvencie a činiteľa kvality obvodu a zodpovedajúcu zmenu frekvenčných charakteristík obvodu (napätia, prúd)
 - rozdiel medzi použitím lineárnej a nelineárnej škály na zvislej osi
5. Vypočítajte šírku pásma rezonančného obvodu a porovnajte vypočítaný výsledok s šírkou pásma, odčítanou na krivke selektivity

```

|*****|
|***   Elektroakustika - cvicenie 3. tyzden   ***|
|***   Seriovy elektricky a mechanicky rezonancny obvod ***|
|***           Meno a priezvisko, osobne cislo           ***|
|*****|

System 'S1'

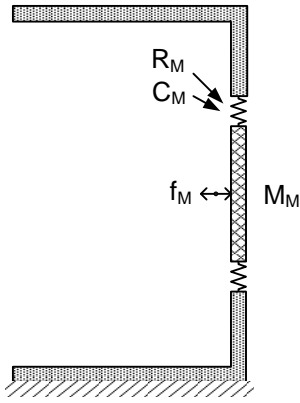
Resistor   'R1'  Node=1=2  R=1ohm

```

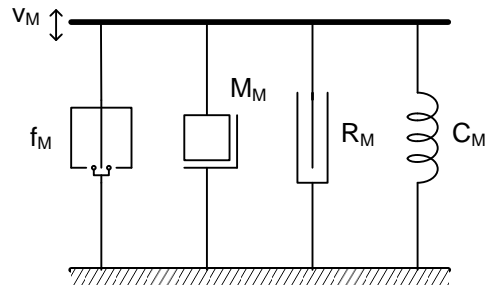
Obr. 3 Hlavička skriptu

Mechanický sériový rezonančný obvod.

Jednou zo základných *mechanických* štruktúr, ktorá sa uplatňuje v elektroakustike je pružne upevnený kmitajúci piest, ktorý reprezentuje kmitajúcu membránu (obr. 4). V takejto mechanickej sústave uvažujeme hmotnosť membrány (piesta), pružnosť (poddajnosť) upevnenia membrány (na okrajoch) a odpor trenia, ktorý vzniká pri kmitaní sústavy. Symbolická schéma sústavy (obr. 5) naznačuje, že prvky sústavy sú zapojené na spoločnú rýchlosť, t. j. tvoria sériový mechanický rezonančný obvod.

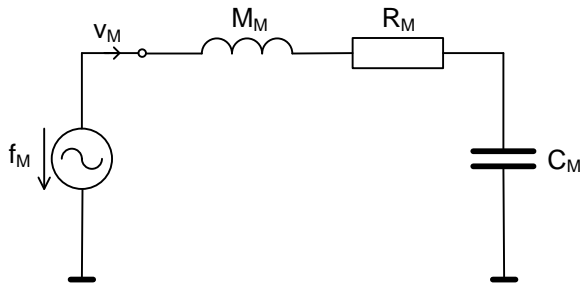


Obr. 4



Obr. 5

Ak predpokladáme, že prvky sústavy sú rozkmitané zdrojom konštantnej sily, analogická schéma obvodu sústavy bude ako na Obr. 6.



Obr. 6 Analogická schéma sériového rezonančného obvodu

Vychádzajúc z pravidiel, ktoré platia pre analogické schémy mechanických sústav, môžeme celkovú mechanickú rýchlosť „tečúcu“ v obvode vyjadriť v tvare:

$$v_M = \frac{f_M}{R_M + j\omega M_M + \frac{1}{j\omega C_M}}$$

Odkiaľ impedanciu obvodu vyjadriť v tvare:

$$\mathbf{Z}_M = \frac{f_M}{v_M} = R_M + j\omega M_M + \frac{1}{j\omega C_M} = R_M + j\left(\omega M_M - \frac{1}{\omega C_M}\right)$$

Podobne ako v prípade elektrického sériového rezonančného obvodu, aj v tomto prípade môžeme identifikovať rezonančnú frekvenciu ako frekvenciu, pri ktorej je reaktančná časť mechanickej impedancie nulová, t.j.:

$$\omega_r M_M - \frac{1}{\omega_r C_M} = 0 \Rightarrow \omega_r = \frac{1}{\sqrt{M_M C_M}} \text{ [rad/s]} \Rightarrow f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{M_M C_M}} \text{ [Hz]}$$

Mechanické sily na prvkoch mechanickej sústavy:

$$f_{M,R} = v_M \cdot R_M = \frac{f_M}{R_M + j\omega M_M + \frac{1}{j\omega C_M}} \cdot R_M$$

$$f_{M,M} = v_M \cdot j\omega M_M = \frac{f_M}{R_M + j\omega M_M + \frac{1}{j\omega C_M}} \cdot j\omega M_M$$

$$f_{M,C} = v_M \cdot \frac{1}{j\omega C_M} = \frac{f_M}{R_M + j\omega M_M + \frac{1}{j\omega C_M}} \cdot \frac{1}{j\omega C_M}$$

Mechanický činiteľ kvality:

$$Q_M = \left. \frac{f_{M,M}}{f_{M,R}} \right|_{(\omega=\omega_r)} = \frac{\omega_r M_M}{R_M} = \left. \frac{f_{M,C}}{f_{M,R}} \right|_{(\omega=\omega_r)} = \frac{1}{\omega_r R_M C_M}$$

Úloha

Analyzujte vlastnosti mechanického sériového rezonančného obvodu pomocou programu AkAbak. Postupujte nasledovne:

1. Na ftp serveri
<ftp://kemt.fei.tuke.sk/KEMT320_EA/materialy/2009/cvicenia/21_e0046_w26fx002_datsheet.pdf> nájdete dátový list reproduktora, ktorý použijete na cvičení.
2. Nakreslite si **analogickú** schému obvodu. Ako hodnoty prvkov použite hodnoty „Moving Mass“, „Suspension Mechanical Resistance“ a „Suspension Compliance,“ z dátového listu reproduktora.
3. Na základe analógie medzi elektrickým a mechanickým obvodom rovnakého typu napíšte vzťah pre celkovú mechanickú impedanciu obvodu, mechanickú rezonančnú frekvenciu a mechanický činiteľ kvality obvodu a vypočítajte hodnoty týchto parametrov.
4. Napíšte skript na simuláciu obvodu pomocou programu AkAbak podľa vzoru na Obr. 7, zobrazte si priebehy mechanických síl na prvkoch sústavy a konfrontujte vypočítané hodnoty rezonančnej frekvencie a činiteľa kvality s tvarom zobrazených charakteristík.

```

Script of 4
|*****
|**** Elektroakustika - cvicenie 4. tyzden ****
|**** Mechanicke a akusticke rezonancne obvody ****
|**** Meno Priezvisko, skupina c. XX ****
|**** Poradove cislo datoveho listu: YY ****
|*****
|
|Pouzite hodnoty z datoveho listu:
|MM=... [jednotka]; CM=... [jednotka]; RM=... [jednotka]
|VAS=... [jednotka];
|
|Vypocitane hodnoty:
|FR=... [Hz]; QM=... [-];
|CA=... [Jednotka]; MA=... [jednotka]; RA=... [jednotka]
|
Def_const
{
...
}

System 'S1-mech'
...

System 'S2-acou'
...

|Komentar
|...

```

Obr. 6 Hlavička skriptu na simuláciu mechanického rezonančného obvodu